

Открытый урок по геометрии на тему: «Теорема Пифагора»

Автор: Ольховик А.П.

Предмет: геометрия.

Класс: 8 класс.

Тема: «Теорема Пифагора».

Тип урока: урок приобретения новых знаний, умений и навыков.

Цель урока: изучить и доказать теорему Пифагора, рассмотреть способы решения типовых задач. Рассмотреть практическое применение теоремы Пифагора.

Задачи:

1. Актуализировать опорный материал (определение, структура, свойства формула площади);
2. Сформулировать проблемную задачу, как средство «неустранимого» противоречия между потребностью решить задачу и отсутствием для этого необходимых знаний;
3. Кратко изложить историческую справку о жизнеописании видного алгебраиста Пифагора Самосского;
4. Организовать практическую работу исследовательского характера, позволяющую на деятельном уровне установить взаимосвязи между сторонами прямоугольного треугольника;
5. Сформулировать и доказать теорему Пифагора;
6. Показать систему ключевых задач с использованием теоремы Пифагора;
7. Научить применять теорему для решения ключевых задач;
8. Показать практическую значимость теоремы Пифагора.

Формы работы учащихся: фронтальная, индивидуальная, парная, групповая.

Необходимое техническое оборудование: компьютер, проектор.

Дидактические средства: учебник, презентация, модели треугольников, тест.

Методы и приемы: фронтальная работа, сочетающаяся с обще-классной; частично-поисковый метод; индивидуальная работа, работа парами и группами.

ФОРМИРУЕМЫЕ УУД:

- **Личностные:** обучающиеся учатся замечать и признавать свои ошибки, прислушиваться к мнениям одноклассников, анализировать, овладевать историческими и математическими знаниями и умениями, навыками их применения в реальной жизни, осознавать ценности исторических и математических знаний как важнейшего компонента научной картины мира, рефлексия.
- **Коммуникативные:** обучающиеся приобретают умения организовать сотрудничество с партнёром, осуществлять оценку действий партнера, умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли.
- **Регулятивные:** осознание учениками качества и уровня усвоения пройденного материала. Оценивают умение сотрудничать с учителем и одноклассниками.
- **Познавательные:** обучающиеся устанавливают причинно-следственные связи между объектами, осуществляют подведение под понятие, проводят сравнение, классификацию объектов, выбирают наиболее эффективный способ решения задач.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

- **Метапредметные.** Обучающиеся научатся чувствовать красоту формул и теорем, развивать интерес к истории математических открытий.
- **Личностные.** Обучающиеся обретут умение грамотно излагать свои мысли, анализировать, сравнивать. Научатся самостоятельно приобретать новые знания и практические умения, управлять своей познавательной деятельностью. Обретут положительную динамику активности и находчивости при решении поставленных задач, умении работать в коллективе.
- **Предметные.** Обучающиеся концептуально разберут содержание «теоремы Пифагора», обретут знания, как найти неизвестную сторону прямоугольного треугольника при ее помощи.

«...Искусство решать геометрические задачи чем-то напоминает трюки иллюзионистов - иногда, даже зная решение задачи, трудно понять, как можно было до него додуматься.»
И. Д. Новиков, российский астроном

I. Мотивационно-организационный этап

Учитель: добрый день! Располагайтесь поудобнее, начинаем наш урок. Мы проведем не обычный урок геометрии, а отправимся с вами в путешествие. Ребят как вы думаете, зачем люди путешествуют?

Ученики: чтобы узнать что-то новое, познакомиться с новыми людьми, сделать маленькие или большие открытия.

Учитель: я с вами согласен! С этой целью, на колесе истории, мы отправимся в заочное путешествие! В данный момент мы находимся в Гусиноозёрске Республики Бурятия, а в конце нашего путешествия мы окажемся в Монголии (рис 1.).

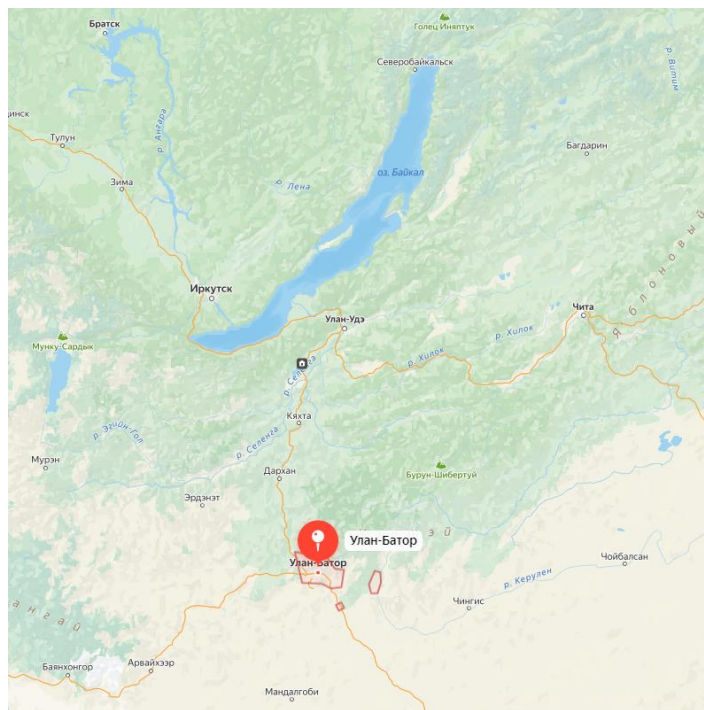


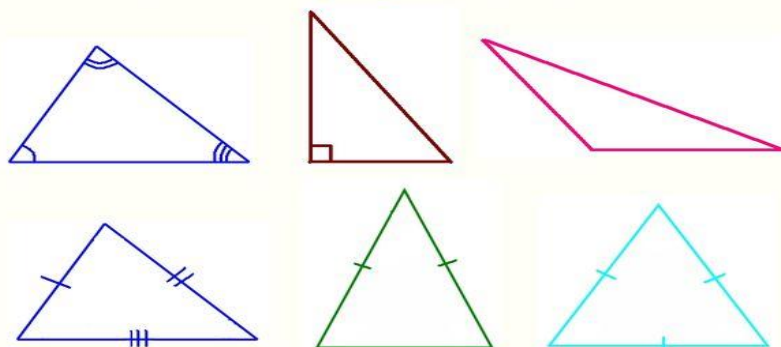
Рисунок 1. Траектория перемещения из Гусиноозёрска в Монголию

II. Актуализация опорных знаний

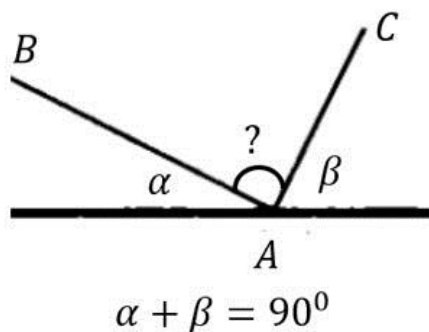
Учитель: но прежде, чем отправится в путешествие, нам необходимо собрать багаж в дорогу. А так как путешествие наше не обычное, то с собой мы возьмем не зонт и шляпу с плащом, а знания и умения, также нам понадобятся ваши внимание и память, запоминайте все самое интересное и полезное. Поэтому предлагаю повторить теоретический материал:

- 1) Какой треугольник называется прямоугольным?
- 2) Какие из треугольников являются прямоугольными?

Виды треугольников



- 3) Как называются стороны прямоугольного треугольника? Назовите катеты прямоугольного треугольника, гипотенузу.
- 4) Какими свойствами обладает прямоугольный треугольник?
- 5) Чему равна площадь прямоугольного треугольника?
- 6) Чему равен угол



Учитель: какая геометрическая фигура должна стать объектом вашего внимания в путешествии?

Ученики: Прямоугольный треугольник.

III. Создание проблемной ситуации

Учитель: итак, наше путешествие началось. На горизонте Остров **Ольхон**. Я хочу предложить вам такую задачу: для крепления мачты нужно установить 4 троса. Один конец каждого троса должен крепиться на высоте 12 м, другой на палубе на расстоянии 5 м от мачты. Хватит ли 14 м троса для крепления мачты? Иллюстрация отображена на рисунке 2.

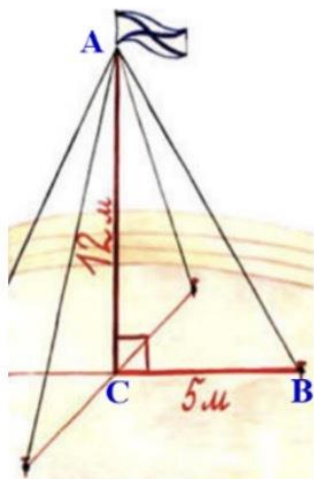


Рисунок 2. Иллюстрация проблемной задачи

Учитель: предложите идею решения задачи.

(Ответы учеников).

Учитель: возможно ли однозначно, на теоретическом уровне, с математической точностью ответить на поставленный в условии задачи вопрос?

Ученики: нет.

Учитель: в чем причина?

Ученики: недостаточность знаний.

Учитель: помочь выйти из данной ситуации, расширить свои знания нам поможет одна из немногих теорем геометрии, которую помнят все поколения. Должны знать ее и вы – теорема Пифагора, которая позволяет находить неизвестную сторону прямоугольного треугольника по двум известным сторонам.

IV Сообщение темы и целей урока.

Учитель: давайте сформулируем тему урока?

Ученики: «Теорема Пифагора».

Учитель: а какова цель нашего урока?

(Ответы обучающихся)

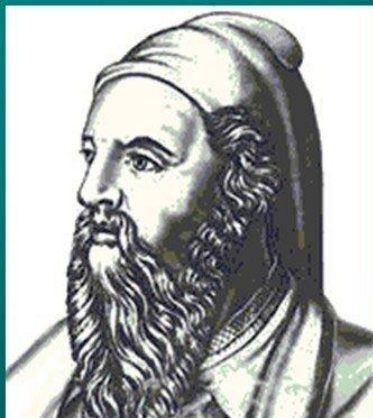
Учитель: верно, цель урока (я добавлю): изучить теорему Пифагора и рассмотреть способы решения типовых задач.

Учитель: запишите тему урока.

Учитель: эпиграфом к нашему уроку послужат слова немецкого астронома Иоганна Кеплера: «Геометрия владеет двумя великими сокровищами. Первое – это теорема Пифагора, которую можно сравнить с мерой золота».

Учитель: ребята, я думаю, что вы со мной согласитесь, что представить себе труды ученого отдельно от его биографии невозможно. Обратимся к краткому жизнеописанию видного математика Пифагор? Для доклада слово представляется.

Выступление обучающегося:



Пифагор, древнегреческий философ, религиозный и политический деятель, основатель пифагореизма, математик, родился ок. 570 г. до н. э. на острове Самосе в семье резчика по драгоценным камням. По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности. Среди учителей юного Пифагора были старец Гермодамант и Ферекид Сиросский.

Пифагору приписывается изучение свойств целых чисел и пропорций, доказательство теоремы Пифагора и др. Страсть к музыке и поэзии великого Гомера Пифагор сохранил на всю жизнь. И, будучи признанным мудрецом, окруженным толпой учеников, Пифагор начинал день с пения одной из песен Гомера. Воображению юного Пифагора очень скоро стало тесно на маленьком Самосе, и он отправляется в Милет, где встречается с другим ученым — Фалесом. По совету Фалеса Пифагор отправляется в Египет за знаниями.

V. Практическая работа исследовательского характера

Учитель: Ребята, хотели ли вы попробовать себя в роли ученого?

Ученики: Да.

Учитель: тогда предлагаю выполнить исследовательскую поисковую работу в парах: на каждой парте лежат модели прямоугольных треугольников. Произведите измерения катетов и гипотенузы. Результаты занести в таблицу 1.

a			
b			
c			

Таблица 1. Экспериментальная матрица (до проведения практической работы)

Комментарий: после выполненных измерений у обучающихся должны получиться следующие данные – прямоугольные треугольники с катетами 12 см и 5 см, гипотенузой 13 см; 6 см и 8 см, гипотенузой 10 см; 9 см и 12 см, гипотенузой 15 см.

	12	6	9
	5	8	12
	13	10	15

Таблица 2. Экспериментальная матрица (после проведения практической работы)

Учитель: ребята, посмотрите внимательно на таблицу. Видна ли связь между длинами катетов и гипотенузой в прямоугольных треугольниках.

(обучающиеся выдвигают свои гипотезы, которые обсуждаются).

Учитель: Я выслушал ваши гипотезы, но для того, чтобы ответить есть ли среди них правильные давайте заполним таблицу 3. С этой целью, найдите квадраты катетов и гипотенузы.

a^2	144	36	81
b^2	25	64	144
c^2	169	100	225

Таблица 3. Матрица квадратов сторон прямоугольных треугольников

Учитель: а сейчас, кто желает сформулировать зависимость между длинами катетов и гипотенузы в прямоугольном треугольнике?

(школьники выдвигают свои гипотезы, которые обсуждаются)

Учитель: поздравляю вас с открытием теоремы Пифагора!

Учитель: давайте запишем формулировку теоремы в тетрадь: «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов его катетов». Выполним чертеж и запишем равенство, выражающие теорему Пифагора.

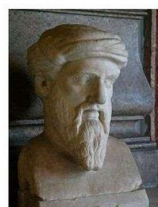
VI. Доказательство теоремы Пифагора

Учитель: путешествие продолжается, на горизонте берега Древней Греции. А знаете, почему греки обогнали в математике все другие народы? Потому что греки умели спорить! Они не просто заучивали правила. А разыскивали причины. Давайте и мы с вами порассуждаем, поспорим и докажем теорему Пифагора в современной ее интерпретации.

(Учитель с обучающимися фронтальным образом доказывают теорему) (рис 4.)

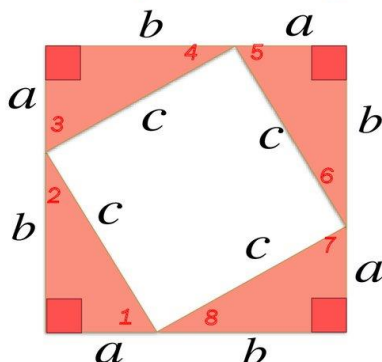
Доказательство:

1. Достроим прямоугольный треугольник до квадрата со стороной
2. Согласно признаку равенства прямоугольных треугольников, образовавшиеся в углах квадрата треугольники равны (по двум катетам).
3. Четырехугольник, лежащий на гипотенузе – квадрат (признак квадрата: *если в четырехугольнике все стороны равны и один из углов 90° , то это квадрат*).



ПИФАГОР САМОССКИЙ
(ок.580 – 500 г.до н.э.)

Теорема Пифагора



2) Площадь квадрата, составленного из четырех равных прямоугольных треугольников и квадрата со стороной c , равна:

$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2 = 2ab + c^2$$

Рисунок 4. Иллюстрация к доказательству теоремы

1. Воспользуемся свойством площади и формулами: (площади квадрата, сокращенного умножения):

$$S_{\text{кв}} = (a+b)^2 \cdot S_{\text{кв}} = 4 \cdot S_{\Delta} + c^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2 = 2ab + c^2.$$

$$\text{Тогда, } (a+b)^2 = 2ab + c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2.$$

ч. т. д.

Учитель: на данный момент в научной литературе зафиксировано более 200 доказательств теоремы Пифагора. Теорема Пифагора является единственной теоремой со столь внушительным числом доказательств. Такое многообразие можно объяснить лишь фундаментальным значением теоремы для геометрии. Я советую вам обратиться к ресурсам Интернета и узнать очень много интересного и о теореме Пифагора, и о ее истории.

VII. Закрепление материала

Учитель: Давайте вспомним задачу, которую мы не смогли решить в начале урока, ведь теперь мы знаем, какая зависимость связывает стороны прямоугольного треугольника.

Вспомогательные вопросы: 1) Какие стороны треугольника были известны?; 2) Какую сторону необходимо было найти?; 2) Какую использовали теорему, для её вычисления?.

(Обучающиеся решают задачу)

Учитель: Какую сторону можно ещё найти по теореме Пифагора? Какие типы задач решают с помощью теоремы Пифагора?

Ученики: с помощью теоремы можно находить длину катетов и гипотенузы.

Учитель: теорема Пифагора позволяет установить следующие соотношения, применяемые при решении задач:

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Учитель: запишите формулы в тетрадь. Обратите внимание на **алгоритм** нахождения неизвестной стороны прямоугольного треугольника.

1. Указать прямоугольный треугольник;
2. Записать для него теорему Пифагора;
3. Выразить неизвестную сторону через две другие;
4. Подставить известные значения и вычислить неизвестную сторону.

Учитель: для закрепления поработаем в группах (групповая работа). Каждой группе предлагается решить задачу по готовому чертежу. На выполнение задания вам 3 минуты. Вычислите, если возможно:

1. Сторону AC треугольника ABC (рис. 5); – 1 группа.
2. Сторону MN треугольника KMN (рис. 6); – 2 группа.
3. Сторону KP треугольника KPR (рис.7); – 3 группа.

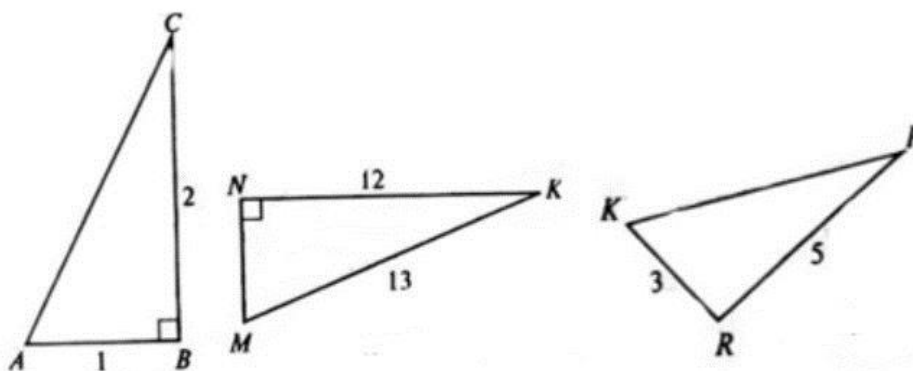


Рисунок 5-7 (слева - направо). Задания для групповой работы

Учитель: Ребята, время вышло. Прошу прокомментировать ваше решение. Кто выступает от первой группы?

Вторая группа – ваш выступающий? Очередь третьей группы?

о т в е т ы: а) $\sqrt{5}$ б) 5; в) сторону треугольника вычислить нельзя.

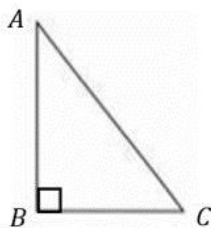
Замечание: Следует обратить внимание учеников на то, что в задаче 1, в) не хватает данных для решения.

Неясно, какой вид имеет треугольник KPR.

VIII. Тест с самопроверкой:

1. В прямоугольном треугольнике стороны имеют длину 9 см, 15 см, 12 см. Как называется сторона, имеющая длину 15 см? а) катет б) основание в) гипотенуза
2. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 см и 5 см. Найти гипотенузу этого треугольника. а) 49 см б) 13 см в) 289

3. Запишите теорему Пифагора для треугольника ABC, у которого угол B прямой а) $AB^2 = AC^2 + BC^2$ б) $AC^2 = AB^2 + BC^2$ в) $BC^2 = AB^2 + AC^2$



10

4. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 5 см, а один из катетов 3 см. Найти второй катет. а) 4 см б) $2\sqrt{34}$ см

Учитель: Обменяйтесь тестами, проверьте друг друга. Ответы и критерии оценивания на слайде.

- 1) б 2) а 3) в 4) б 5) б

Критерии оценивания: 4 – «5» 3 – «4» 2 – «3»

VIV. Итог урока

Учитель: Наше путешествие окончилось. Давайте подведем итоги нашего урока. Перед вами несколько клише. Закончите мысль в аспекте пройденного материала.

- Я узнал....
- Я научился...
- Теперь я умею ...
- Было трудно...
- Мне понравилось...
- Я оцениваю себя на...

Учитель: Я благодарю вас за работу.

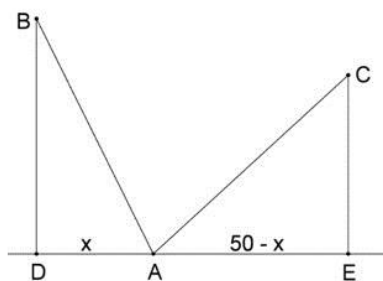
X. Домашнее задание.

К следующему уроку я предлагаю вам выполнить разноуровневое домашнее задание.

Решить задачу.

1 уровень (на «3»). Необходимо обнести забором участок имеющий форму прямоугольного треугольника с катетами 8см и 15см. Как найти длину этой изгороди?

2 уровень (на «4»).



На обоих берегах реки растет по пальме, одна против другой. Высота одной 30 локтей, другой - 20 локтей. Расстояние между их основаниями - 50 локтей.

На верхушке каждой пальмы сидит птица. Внезапно обе птицы заметили рыбу, выплывшую к поверхности воды между пальмами. Они кинулись к ней разом и достигли её одновременно.

На каком расстоянии от основания более высокой пальмы появилась рыба?

3 уровень (на «5»). Творческое задание домой: найти материал о различных доказательствах теоремы Пифагора. Возможна работа в группах. Оформить проект и презентовать его.

Учитель: еще раз спасибо за урок. Желаю успеха!